# LXVIII OLIMPIADA FIZYCZNA
## ROZWIĄZANIA ZADAŃ ZAWODÓW I STOPNIA
### CZĘŚĆ I

**Rozwiązanie zadania 1.**

a) Najszybsza całkowita zmiana prędkości zachodzi wtedy, gdy przyspieszenie jest maksymalne i skierowanie zgodnie z wektorem oczekiwanej zmiany prędkości. Samochód działa na powierzchnię jeziora siłą o wartości $F$ skierowaną zgodnie z kierunkiem i zwrotem wektora $\vec{v}_1 - \vec{v}_2$, gdzie $\vec{v}_1$ to wektor prędkości początkowej, a $\vec{v}_2$ wektor prędkości końcowej. Zauważmy, że tor rozważanego ruchu jest fragmentem paraboli.

b) Zauważmy, że gdy siła działająca na samochód jest prostopadła do prędkości, to praca jest równa 0, co jest najmniejszą możliwą wartością pracy w rozważanym zagadnieniu. Najprostszym przypadkiem spełniającym ten warunek jest ruch po okręgu, w naszym przypadku jest to ćwiartka okręgu. Jednak każdy inny ruch, w którym przyspieszenie jest prostopadłe do prędkości, spełnia warunki zadania.

Jeśli przez wykonaną pracę rozumieć pracę wykonaną przez siłę wypadkową działająca na samochód (a nie pracę wykonaną przez silnik), to z zasady zachowania energii wynika, że w przypadku dowolnego ruchu ta praca jest równa zero. Zatem rozwiązania, w których przyjęto taka interpretację treści zadania, są poprawne niezależnie od tego, jaki ruch tam podano.

**Rozwiązanie zadania 2.**

a) Siła musi być skierowana analogicznie jak w przypadku zadania 1 a), zatem dysze silników rakiety powinny być skierowane zgodnie z kierunkiem i zwrotem wektora $\vec{v}_1 - \vec{v}_2$, gdzie $\vec{v}_1$ to wektor prędkości początkowej, a $\vec{v}_2$ – wektor prędkości końcowej. To oznacza, że tor jest fragmentem paraboli.

b) Zużycie paliwa jest jak najmniejsze, jeśli silniki pracują jak najkrócej, czyli ruch jest taki sam jak w przypadku a).

**Rozwiązanie zadania 3.**

Poprawny jest wykres A. Najłatwiej jest wyeliminować wykres B, gdyż rzeczywiste przyspieszenie jest równe zeru w trzech chwilach, a nie czterech, ponadto zaczyna się od wartości ujemnej. Aby wyeliminować wykres C, trzeba zauważyć, że w lewej części wykresu $v(s)$ prędkości są (średnio) mniejsze niż w środkowej i prawej. To oznacza, że skala czasu jest w tym obszarze wydłużona w porównaniu ze skalą drogi i przy podobnym nachyleniu wykresu $v(s)$ nachylenie wykresu $v(t)$ jest mniejsze (mniejsze jest przyspieszenie). Podobny argument można wykorzystać do wyeliminowania wykresu D. Na wykresie $v(s)$ widać, że między pierwszym a drugim zerowaniem przyspieszenia średnia prędkość jest mniejsza niż między drugim a trzecim. Skoro przebyta droga jest nieco większa, to czas od pierwszego do drugiego zerowania przyspieszenia musi być dłuższy od czasu od drugiego do trzeciego zerowania.

Można też skorzystać ze wzoru $a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}s}\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}s} = \frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}v^2}{\mathrm{d}s}$, ale nie jest to konieczne do prawidłowego wyboru.

**Rozwiązanie zadania 4.**

Wykorzystamy fakt, że odległość między prążkami interferencyjnym $D$ jest związana z odległością między szczelinami $d$ oraz odległością szczelin od ekranu $l$ wzorem

$$D = \lambda \frac{l}{d}.$$

W przypadku a) ze względu na efekt Dopplera długość fali ulegnie zmniejszeniu, a w konsekwencji odległość między prążkami interferencyjnymi ulegnie zmniejszeniu.

To, czy przesłona się porusza, nie ma wpływu na falę przechodzącą przez szczelinę. Jednak jeśli przesłona się porusza, to światło musi przejść przez szczeliny, gdy znajdują się one dalej od ekranu niż w przypadku a), a większa odległość szczelin od ekranu prowadzi do większej odległości między prążkami interferencyjnymi. Zatem w przypadku b) odległość między prążkami interferencyjnymi wzrośnie.

**Rozwiązanie zadania 5.**

Druga zasada dynamiki dla ruchu obrotowego ma postać

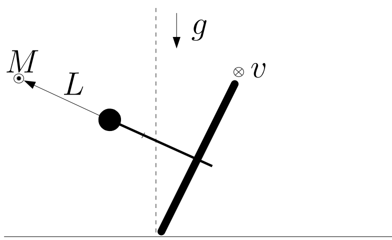
$$\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t} = \vec{M}, \tag{1}$$

gdzie

$\vec{L}$ jest wektorem momentu pędu. W przypadku obrotu wokół osi symetrii wektor ten jest równy $I\vec{\omega}$, gdzie $I$ jest momentem bezwładności względem tej osi, $\omega$ jest prędkością kątową obrotu, kierunek wektora $\vec{\omega}$ pokrywa się z osią obrotu, a zwrot tego wektora możemy określić na podstawie reguły śruby prawoskrętnej.

Wektor $\vec{M}$ jest momentem siły (lub sumą momentów sił, jeśli działa wiele sił), równym $\vec{r} \times \vec{F}$, gdzie $\vec{F}$ jest działającą siłą, a $\vec{r}$ jest wektorem od nieruchomego punktu ciała lub wektorem od środka masy ciała do punktu przyłożenia siły $\vec{F}$.

Poniższy rysunek przedstawia schematycznie wektory $\vec{L}$ i $\vec{M}$ w rozważanej sytuacji




Zgodnie z powyższym rysunkiem oraz równaniem (1) koniec wektora $\vec{L}$ będzie się przesuwał nad płaszczyznę rysunku, a zatem koło będzie skręcać w lewo.

**Rozwiązanie zadania 6.**

Wykorzystamy dwa fakty:

1) Przy danej pojemności rozważanego kondensatora siła niezbędna do wyciągania dielektryka zależy tylko od ładunku zgromadzonego w kondensatorze (lub – równoważnie – od napięcia między jego okładkami) i jest tym większa, im większy jest ten ładunek (lub – równoważnie – napięcie).

2) Pojemność kondensatora maleje w trakcie wyciągania dielektryka.

Gdy wyciągamy dielektryk wolno, to napięcie na okładkach kondensatora pozostaje niezmienione, natomiast ładunek się zmienia. Ponieważ $Q = CU$, a $C$ maleje, to ten ładunek maleje.

Gdy wyciągamy dielektryk bardzo szybko, to ładunek nie zdąży odpłynąć i będzie większy dla tego samego $C$ (czyli tej samej pozycji dielektryka) niż w przypadku wolnego wyciągania. Z faktu 1) wynika, że dla każdej pozycji dielektryka siła potrzebna do jego wyciągania jest większa w przypadku b) niż w przypadku a). A zatem również praca potrzebna do wyciągnięcia jest większa w przypadku b) niż w przypadku a).

**Rozwiązanie zadania 7.**

Prawidłowa jest odpowiedź c).

Wykażemy najpierw, że wykorzystując 1 kg wody z kranu o temperaturze 50 °C możemy, bez doprowadzania energii z zewnątrz, doprowadzić wodę destylowaną do temperatury 50 °C, a woda z kranu będzie miała temperaturę 0 °C.

Umieśćmy między wodą destylowaną a wodą z kranu silnik Carnota, w którym nagrzewnicą jest woda z kranu, a chłodnicą - woda destylowana. Silnik ten będzie pracował do chwili, gdy obie wody osiągną tę samą temperaturę. Silnik wykonuje pewną pracę, którą zmagazynujmy np. w idealnej baterii (akumulatorze). Po osiągnięciu przez obie wody tej samej temperatury włączamy silnik Carnota, żeby pracował jako pompa cieplna. Ponieważ jest to silnik odwracalny, to, pobierając ciepło z wody destylowanej, a ogrzewając wodę z kranu, możemy, wykorzystując zgromadzoną w baterii energię, doprowadzić układ do stanu początkowego. Jeśli jednak będziemy ogrzewać wodę destylowaną, a ciepło pobierać z wody z kranu, to doprowadzimy wodę destylowaną do temperatury 50 °C, a wodę z kranu do temperatury 0 °C.

Innym sposobem na „zamienienie" temperatur wody destylowanej i wody z kranu jest wykorzystanie wymiennika ciepła działającego na zasadzie przeciwprądu: przepuszczamy obie wody do innych naczyń przez długie, cienkie, splecione ze sobą rurki wymieniające ciepło. Chodzi o to, by różnica temperatur części wód wymieniających między sobą ciepło była jak najmniejsza (w granicznym przypadku równa 0 °C).

Zatem jesteśmy w stanie osiągnąć sytuację w której mamy 1 kg wody destylowanej o temperaturze 50 °C, 1 kg wody z kranu o temperaturze 0 °C oraz 1 kg wody z kranu o temperaturze 50 °C. Uruchamiając teraz silnik Carnota między wodą z kranu o temperaturze 50 °C a wodą z kranu o temperaturze 0 °C, możemy wykorzystać otrzymaną pracę do podgrzania wody destylowanej do temperatury większej niż 50 °C. Pozostaje wykazać, że nie jest możliwe podgrzanie jej do temperatury 100 °C.

Załóżmy, że jest to możliwe, tzn. że otrzymaliśmy 1 kg wody destylowanej o temperaturze 100 °C oraz 2 kg wody z kranu o temperaturze 0 °C (taka temperatura tej wody wynika z zasady zachowania energii). Zgodnie z dowodem w pierwszej części rozwiązania, możemy „zamienić" temperatury 1 kg wody destylowanej i 1 kg wody z kranu, otrzymując 1 kg wody destylowanej o temperaturze 0 °C, 1 kg wody z kranu o temperaturze 100 °C oraz 1 kg wody z kranu o temperaturze 0 °C.

Taka sytuacja jest jednak sprzeczna z II zasadą termodynamiki, bo oznaczałaby, że bez doprowadzania energii z zewnątrz możliwe jest przeprowadzenie procesu, w którym części układu (rozważamy tu tylko wodę z kranu, bo stan końcowy wody destylowanej jest taki jak początkowy) początkowo mają równe temperatury, a na końcu różne.

**Rozwiązanie zadania 8.**

Oś obrotu kuli może tworzyć kąt od 0° do 90° z powierzchnią. Dla kąta 0° mamy do czynienia ze „zwykłym" toczeniem i prędkość kątowa kulki $\omega$ wynosi $v/r$. Gdy ten kąt jest równy 90° to kulka wiruje wokół osi pionowej i nie porusza się ruchem postępowym. W pośrednich przypadkach promień okręgu, jaki „zaznacza" na kulce punkt styczności kuli z płaszczyzną jest mniejszy od $r$. Zatem właściwą odpowiedzią jest b).

**Rozwiązanie zadania 9.**

Przyczyną obniżania się orbit obiektów okrążających Ziemię na niezbyt dużych wysokościach jest opór bardzo wysokich warstw atmosfery.

Odpowiedź b) nie jest dobra, bo to właśnie dzięki grawitacji rozważane obiekty obiegają Ziemię.

Jakość materiałów nie ma żadnego znaczenia z punktu widzenia obiegania Ziemi – w prawie grawitacji nie występuje taki parametr.

Odpowiedź d) jest oczywiście żartem.

Warto zauważyć, że na wysokości 400 km siła grawitacyjna działająca na stację jest tylko o kilkanaście procent mniejsza od siły działającej na stację na Ziemi.

**Rozwiązanie zadania 10.**

Ze wzoru na I prędkość kosmiczną (lub po prostu z warunków ruchu po okręgu w polu grawitacyjnym)

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

oraz wzoru na moment pędu

$$J = mvr$$

wynika związek

$$r = \frac{J^2}{m^2 GM}. \tag{2}$$

Zatem ze wzrostem momentu pędu ruchu obiegowego Księżyca wokół Ziemi wzrasta odległość między nimi. Jest to zgodne ze spowalnianiem ruchu obrotowego Ziemi, bo to spowalnianie oznacza zmniejszenie momentu pędu Ziemi względem jej środka, a całkowity moment pędu układu Ziemia-Księżyc jest stały.

Zauważmy, że przy odwrotnym kierunku obiegu Księżyca wokół Ziemi pływy też spowalniałyby ruch obrotowy Ziemi.

Gdyby Księżyc obiegał Ziemię w przeciwną stronę, to z zasady zachowania momentu pędu wynika, że zmniejszenie momentu pędu ruchu obrotowego Ziemi powodowałoby zmniejszenie momentu pędu ruchu obiegowego Księżyca wokół Ziemi. Zatem, zgodnie ze wzorem (2), w rozważanej hipotetycznej sytuacji Księżyc by się zbliżał do Ziemi.

**Rozwiązanie zadania 11.**

Kroplomierz działa w ten sposób, że woda wypychana z pionowej rurki tworzy pod jej brzegiem kroplę. Gdy kropla jest mała, jest utrzymywana przy rurce przez siły napięcia powierzchniowego. Po przekroczeniu pewnej wielkości siły napięcia powierzchniowego są zbyt słabe i kropla spada.

Ponieważ napięcie powierzchniowe wody z mydłem jest mniejsze niż czystej wody, wielkość kropli wody z mydłem będzie mniejsza niż wielkość kropli czystej wody. Zatem w probówce M objętość wody będzie mniejsza.

**Rozwiązanie zadania 12.**

Opór zastępczy między punktami X i Y jest równy $\frac{R_\mathrm{B}(R_\mathrm{A}+R_\mathrm{C})}{R_\mathrm{A}+R_\mathrm{B}+R_\mathrm{C}}$ i analogicznie dla innych podłączeń. Skoro przy przyłączeniu napięcia do X i Y przez układ płynie prąd mniejszy niż przy przyłączeniu do X i Z, to spełniona jest nierówność

$$R_\mathrm{B}\left(R_\mathrm{A}+R_\mathrm{C}\right) > R_\mathrm{A}\left(R_\mathrm{B}+R_\mathrm{C}\right),$$

czyli

$$R_\mathrm{B} > R_\mathrm{A}.$$

Podobnie z faktu, że opór zastępczy między X i Z jest większy niż między Y i Z, wynika wniosek

$$R_\mathrm{A} > R_\mathrm{C}.$$

Ze wzoru $P = U^2/R$ wnioskujemy, że największa moc wydzieli się na najmniejszym oporze podłączonym bezpośrednio do źródła, czyli największa jest moc $P_\mathrm{CYZ}$. Najmniejsza moc wydzieli się na najmniejszym oporze podłączonym do źródła szeregowo z największym, czyli najmniejsza jest $P_\mathrm{CXZ}$.

**Rozwiązanie zadania 13.**

Układ możemy potraktować jako układ 50 kondensatorów płaskich. Pole elektryczne występuje tylko pomiędzy pierwszą i drugą warstwą, trzecią i czwartą warstwą itd. Oznacza to, że tylko te warstwy się przyciągają parami – pierwsza warstwa może przyciągać tylko drugą, więc w rozważanej sytuacji tylko dwie warstwy będą uniesione.

**Rozwiązanie zadania 14.**

Poziom cieczy w drugim naczyniu będzie taki sam jak wysokość cieczy nad miejscem podłączenia rurki w pierwszym naczyniu. Można to uzasadnić faktem, że parcie cieczy na współosiowy z osią obrotu pierścień dna naczynia jest takie samo niezależnie od tego, czy zagadnienie rozważamy w układzie współobracającym się wraz z cieczą, czy w układzie nieruchomym. W konsekwencji ciśnienie w każdym punkcie dna naczynia jest takie samo w układzie nieruchomym oraz w układzie współobracającym się wraz z cieczą. A ciśnienie w układzie obracającym jest równe $\rho g h$, gdzie $\rho$ jest gęstością cieczy, $g$ – przyspieszeniem ziemskim, a $h$ wysokością słupa wody nad danym punktem (pozorne przyspieszenie odśrodkowe nie wpływa na ten wynik, gdyż jest prostopadłe do tego słupa).

Czyli w przypadku a) poziomem cieczy w drugim naczyniu jest poziom 1., a w przypadku b) – poziom 3.

Ciekawym pytaniem jest, co się będzie działo, jeśli drugie naczynie połączymy z pierwszym jednocześnie dwiema rurkami – jedną w pobliżu środka podstawy pierwszego naczynia, a drugą w pobliżu ścianki. W takim przypadku przez rurkę będzie przepływać woda – będziemy mieli do czynienia z pompą odśrodkową.

**Rozwiązanie zadania 15.**

Maksymalną odległość otrzymamy, jeśli cała energia zmagazynowana w bateriach zostanie wykorzystana na oddalenie samochodu od Ziemi, czyli na wzrost jego energii potencjalnej.

W przybliżeniu, w którym pomijamy zmiany przyspieszenia ziemskiego $g$ z odległością od Ziemi, z powyższego rozumowania otrzymujemy, że szukana odległość $h$ spełnia równanie

$$720 \cdot 10^6\,\mathrm{J} = 1300\,\mathrm{kg} \cdot g \cdot h,$$

czyli, że

$$h = \frac{720 \cdot 10^6\,\mathrm{J}}{1300\,\mathrm{kg} \cdot g} \approx \frac{720 \cdot 10^6\,\mathrm{J}}{1300\,\mathrm{kg} \cdot 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} \approx 55 \cdot 10^3\,\mathrm{m}.$$

Zauważmy, że otrzymana odległość jest znacznie mniejsza od promienia Ziemi, a zatem pominięcie zależności przyspieszenia ziemskiego od wysokości jest uzasadnione.